

几个经典图像模型与线性代数的关系

- 1) 稀疏字典表示与线性相关/无关向量组的关系
- 2) 几个图像超分辨率/融合模型的矩阵表达

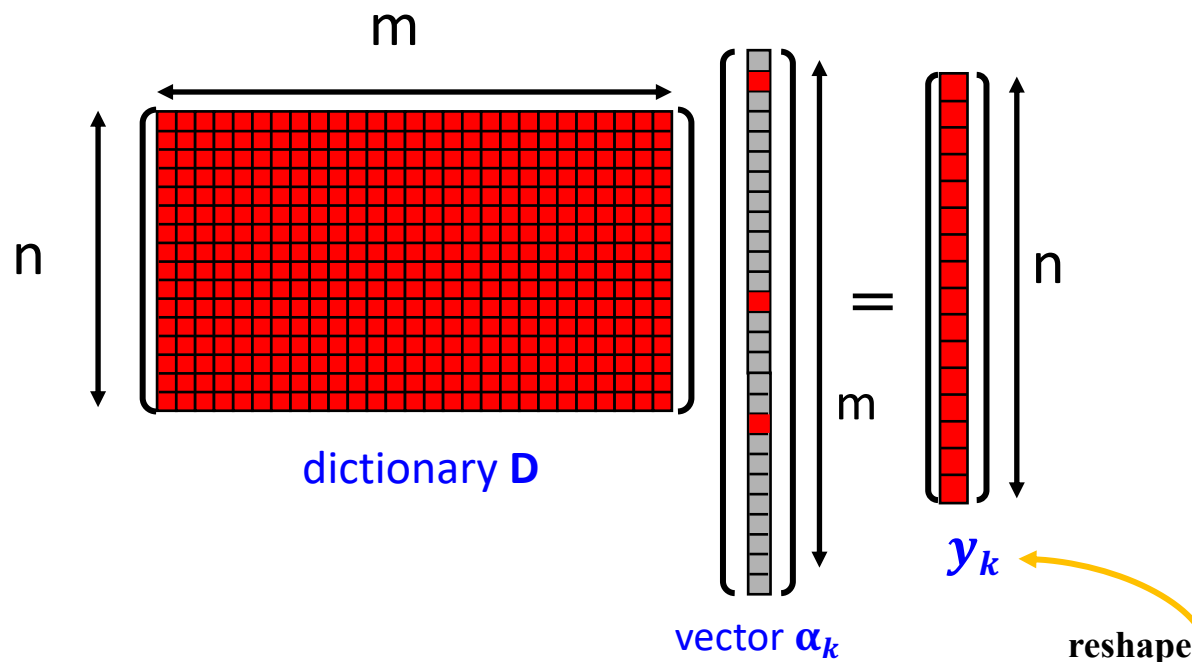
邓良剑

电子科技大学/线性代数与空间解析几何课程组成员

Homepage: <https://liangjiandeng.github.io/>



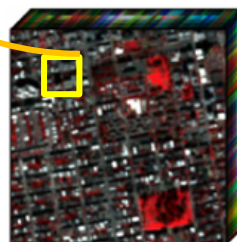
稀疏字典表示与线性相关/无关向量组的关系



Remark:

- y_k 的维度 n 远小于 D 的列数 m ，若 y_k 看作是 D 的列向量的线性组合，最多只需要 D 中 n 个线性无关的列向量即可完全表示
- 由于 D 中列数 m 远远大于行数 n ，因此 α_k 只需要很少非零元素（相较于 D 列数 m ），此时系数向量 α_k 是一个稀疏向量（非零元相较于总元素很少）
- 上述（或左边）即为稀疏字典表示，后面可以根据 α_k 的稀疏性建立若干稀疏优化模型，应用于图像处理、数据处理等实际问题

- 矩阵 D （又称字典）是一个列数远远大于行数的矩阵，即 $n \ll m$
- y_k 是图像中的一个很小的块（可视为矩阵），其可以变形（reshape）为一个 n 维向量
- α_k 是一个 m 维向量，可视为 D 矩阵列向量线性组合的系数

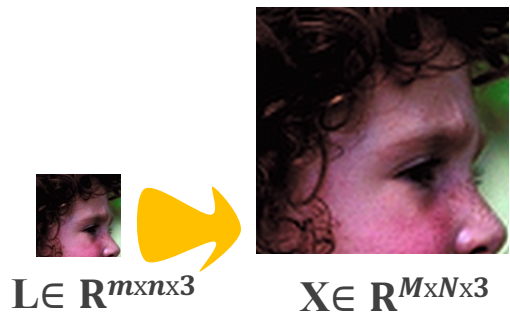


图像

几个图像超分辨率/融合模型的矩阵表达

目的：
如何从相应已知L、Y、Z、P中恢复出X

图像超分辨

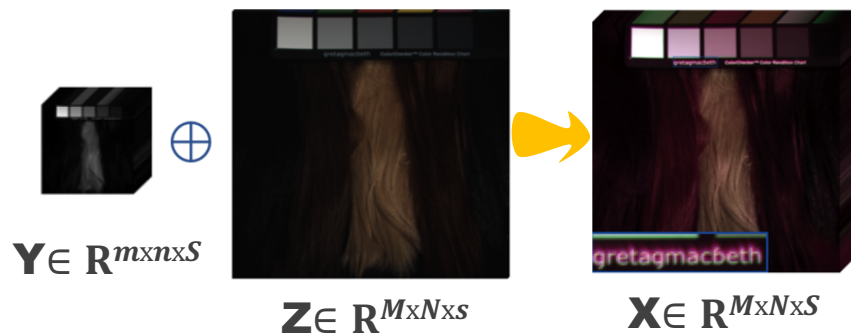


$$L = XBD + N$$

- D: 下采样矩阵
- B: 图像模糊矩阵
- N: 随机噪声

▶ 视频超分辨模型同理

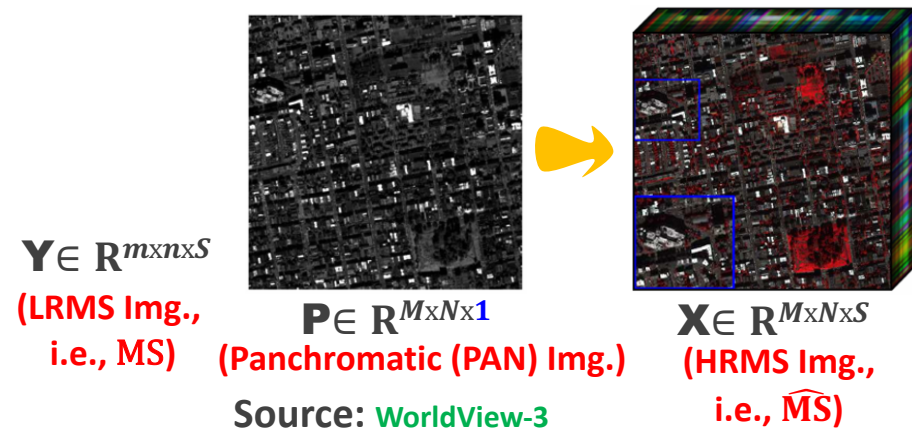
高光谱图像融合



$$\begin{cases} Y = XBD + N_1 \\ Z = RX + N_2 \end{cases}$$

- R: 光谱采样矩阵

多光谱卫星遥感图像全色锐化



$$\begin{cases} Y_i = X_i B_i D + N_i, i = 1, 2, \dots, S \\ P = RX + N_2 \end{cases}$$

Fusion-based Image Resolution Enhancement