



我们现在在哪？

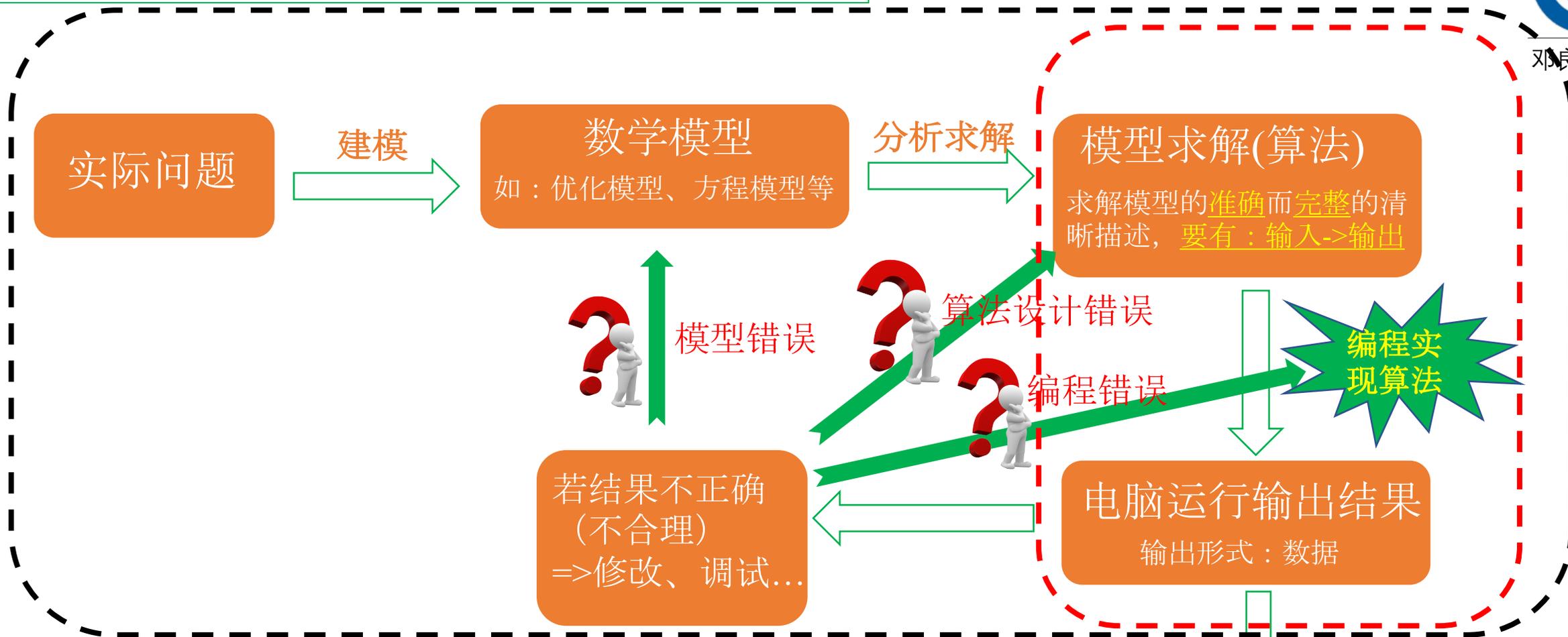
之

本科《数学实验》课程

应用数学解决问题的(大体)流程



邓良剑授课



❖ 第一层次: 算法-->编程(MATLAB语言)-->结果

❖ 第二层次: 问题建模(难、核心)+算法设计(难、核心)+编程+分析结果+调试修改

若结果正确(合理)
=>输出结果

本课程最主要内容一

❖ 具备分析问题、数学建模和算法的能力，进而为后续编程打好基础



□ 重点：问题的数学化能力

- 数学知识
- 问题与数学知识的联系
- 数学模型和算法的建立能力
- 积累与学习

本课程最主要内容二

❖ 知道算法，如何用MATLAB编程实现算法，最终得到(测试)结果



□ 重点：如何用MATLAB编程

- 基本语法规范
- 基本知识、基本命令、如何写一个简单MATLAB程序
- 熟悉基本结构，如基本的顺序结构、选择结构、循环结构等
- 简单的程序调试能力



学习《数学实验》的意义何在？



1. 重要链接：

[1] www.baidu.com

百度

[2] www.mathworks.com

Matlab官网

[3] <https://www.gnu.org/software/octave/>

Octave官网

[4] <https://www.ilovematlab.cn/>

Matlab中文论坛

[5] <https://www.ilovematlab.cn/forum-266-1.html>

Matlab中文论坛[MATLAB/Simulink 资源分享](https://www.ilovematlab.cn/forum-266-1.html) (意义之一)

举例一

(问题)

菜价 a 元/斤，打算花30购买，问可以购买多少斤菜？

建模

(模型)

设可以购买 x 斤，
则可得模型：
 $30 = a * x$

分析求解

(算法)

分析可得求解模型的算法：
 $x = 30/a$

模型错误

算法设计错误

编程错误

编程实现算法

若结果不正确
例：输入 $a = 3$, 输出 $x = 4$
 \Rightarrow 修改、调试

电脑运行程序
输出结果

(结果)

若结果正确 \Rightarrow 输出结果
例：输入 $a = 3$, 输出 $x = 10$

举例二 图像修补问题



邓良剑授课

(问题)



建模

(模型)

$$\psi_{\hat{q}} = \arg \min_{\psi_q \in \Phi} d(\psi_p, \psi_q)$$

$$C(p) = \frac{\sum_{q \in \psi_p \cap \hat{\Omega}} C(q)}{|\psi_p|}, D(p) = \frac{|\nabla_p^\perp \cdot n_p|}{\alpha}$$

分析求解

Algorithm 1: The summarized pansharpening method

Input: LRMS image MS, panchromatic image P, ω_i

Output: HRMS image \widehat{MS}^{final}

Initialize: Set $MS^{(1)} \leftarrow MS, P^{(1)} \leftarrow P$

For $k = 1: \tau$

- 1) Upsample $MS^{(k)}$ to get $\widetilde{MS}^{(k)}$ via GS method
- 2) Compute coefficient x by iterative ADMM-Pan
- 3) Compute the pansharpened image by $\widehat{MS}^{(k)} = Ax$
- 4) Downsample $\widehat{MS}^{(k)}$ to coarse grid to get D_{MS}
- 5) Compute residual image $MS^{(k+1)} = MS^{(k)} - D_{MS}$
- 6) PAN residual $P^{(k+1)} = P^{(k)} - \sum_{i=1}^N \omega_i \widehat{MS}_i^{(k)}$

Endfor

- 7) Compute the final HRMS image:

$$\widehat{MS}^{final} = \sum_{k=1}^{\tau} \widehat{MS}^{(k)}$$

(算法)

编程实现算法

若结果不正确，
调试、修改



(结果)

若结果正确 => 输出结果



学习《数学实验》之前知道的必备知识



一、什么是数学实验

- 数学实验是与计算机技术、数学知识、应用数学知识有关的实践性课程。
- 数学实验的主要教学目的：
 - 培养学生对数学知识的探究意识、对数学知识的应用意识
 - 培养学生在实验中用所学的数学知识和计算机技术去认识问题和解决实际问题的能力
 - 培养学生学习数学的积极性



二、数学实验课程内容

- **1. 数学软件的使用与程序设计**

主要工具为MATLAB/Octave等数学软件

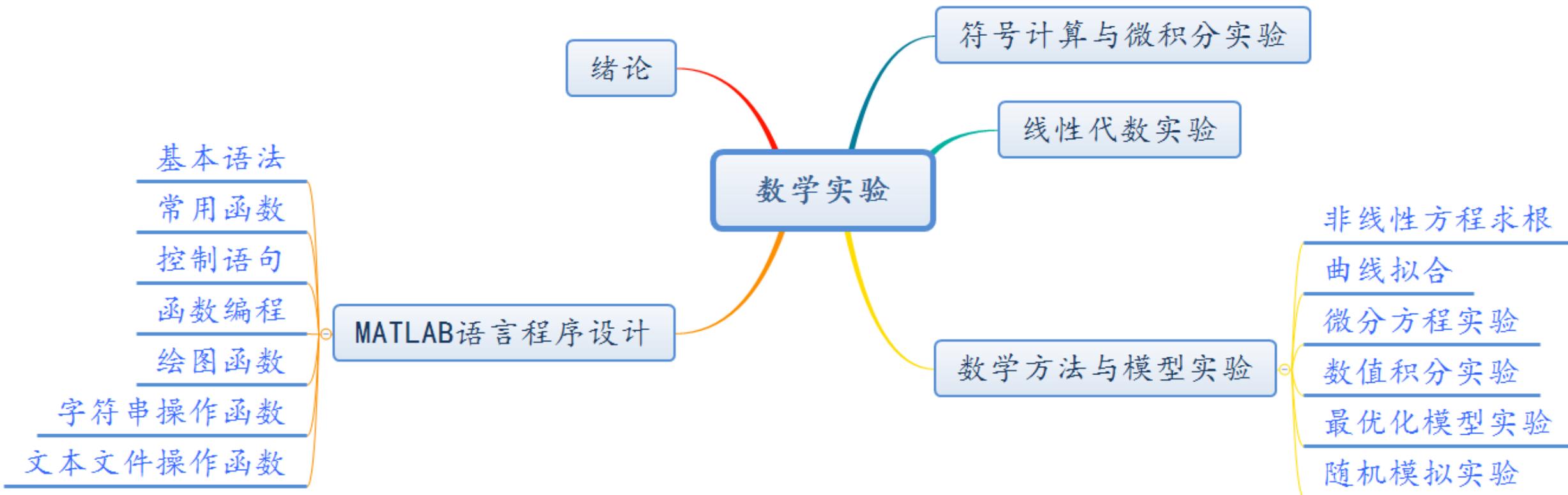
- **2. 数学基础应用实验**

微积分实验，线性代数实验

- **3. 数学方法与模型实验**

包含非线性方程求根，曲线拟合，微分方程实验，数值积分，最优化模型实验，随机模拟实验等

二、数学实验课程内容





三、如何学习数学实验

- **1. 熟悉MATLAB程序设计语言的语法，常用函数；**
- **2. 熟悉结构化程序设计方法**
 - 1)自顶向下， 2)逐步细化， 3)模块化设计
 - 4)程序结构: 顺序结构，分支结构，循环结构
- **3. 逐步加深对算法的认识**
 - 编程习惯：先设计算法，后编程实现
 - 算法的输入、输出：明确已知，未知
 - 算法描述的结构：顺序结构，分支结构，循环结构
 - 算法描述的规范：流程图，自然语言，伪代码

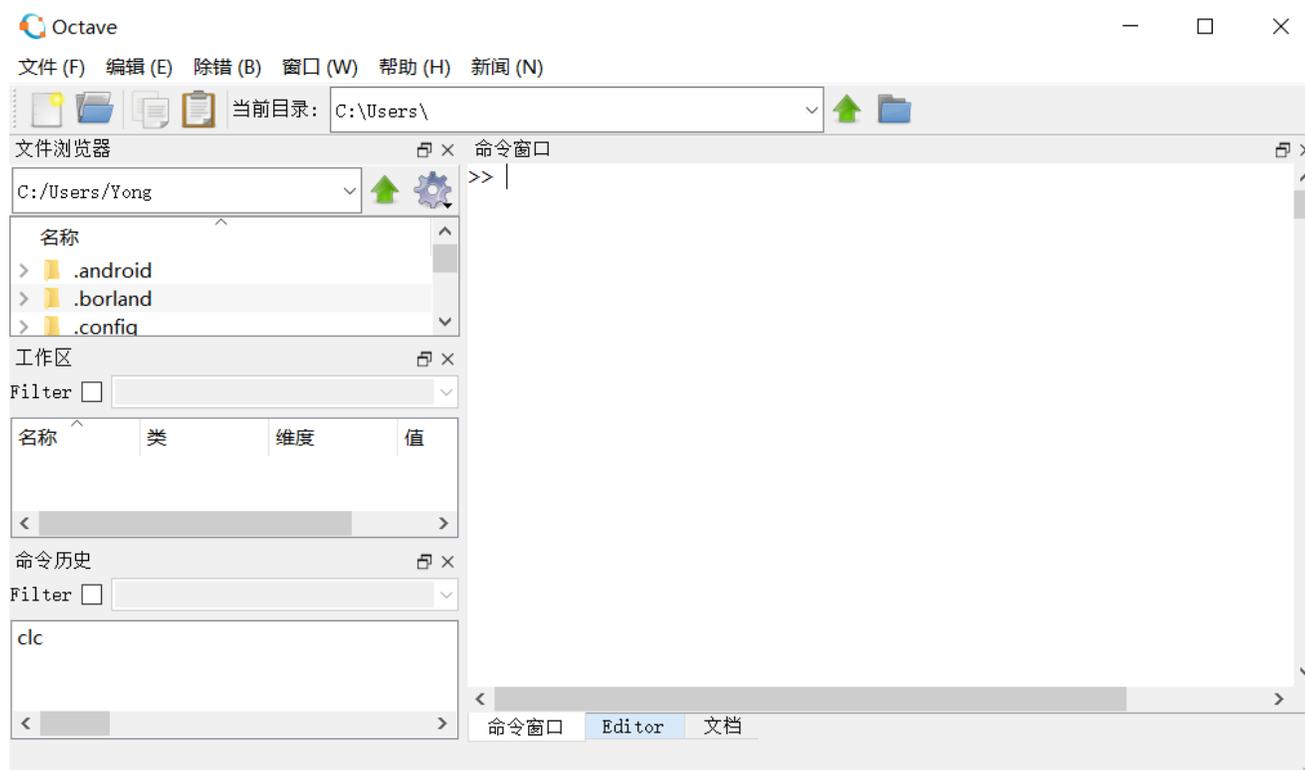


三、如何学习数学实验

- 4. 在学习与应用数学过程中，多观察分析、培养探究意识
 - 验证实验，应用实验，探究实验
- 5. 了解一些典型数学模型，逐步认识数学建模过程
- 6. 多动手实践!!!

三、实验平台：MATLAB/Octave软件

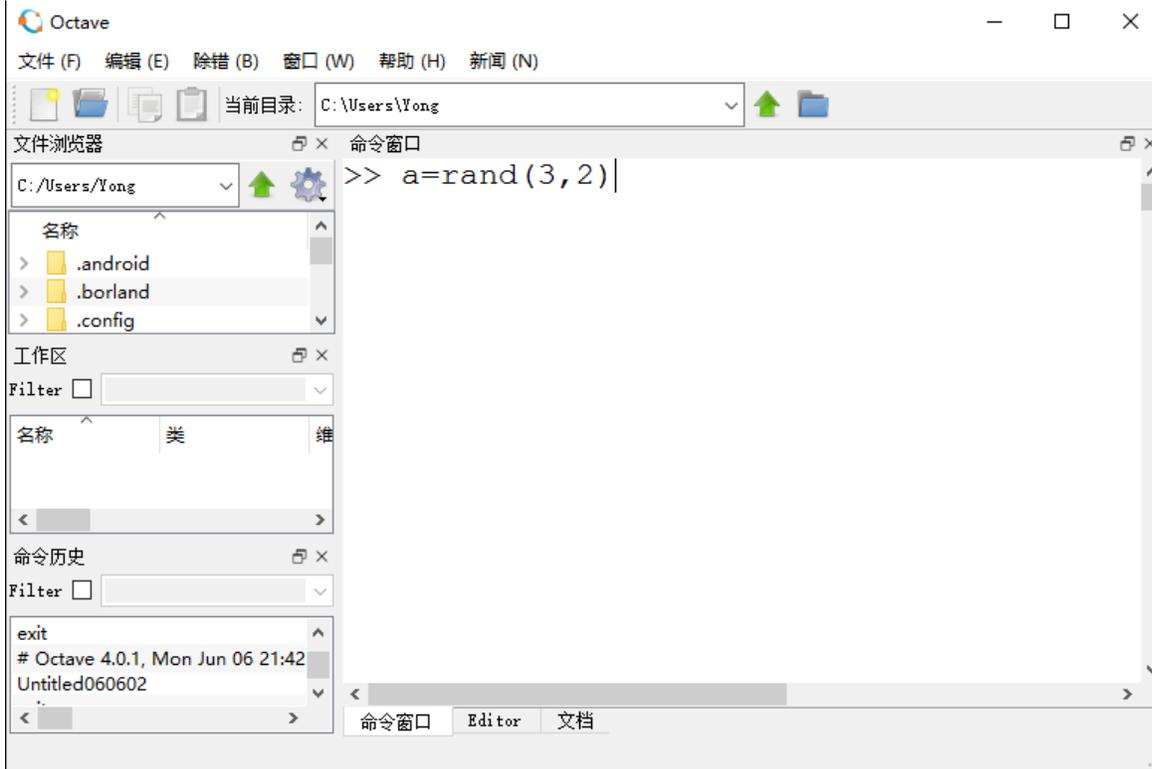
- 认识MATLAB界面
- 两个软件界面有相似之处， Octave界面：



命令窗口：
输入程序并
运行。

编辑窗口： 编辑程序，运行程序，调试程序等操作。

在命令窗口输入程序语句



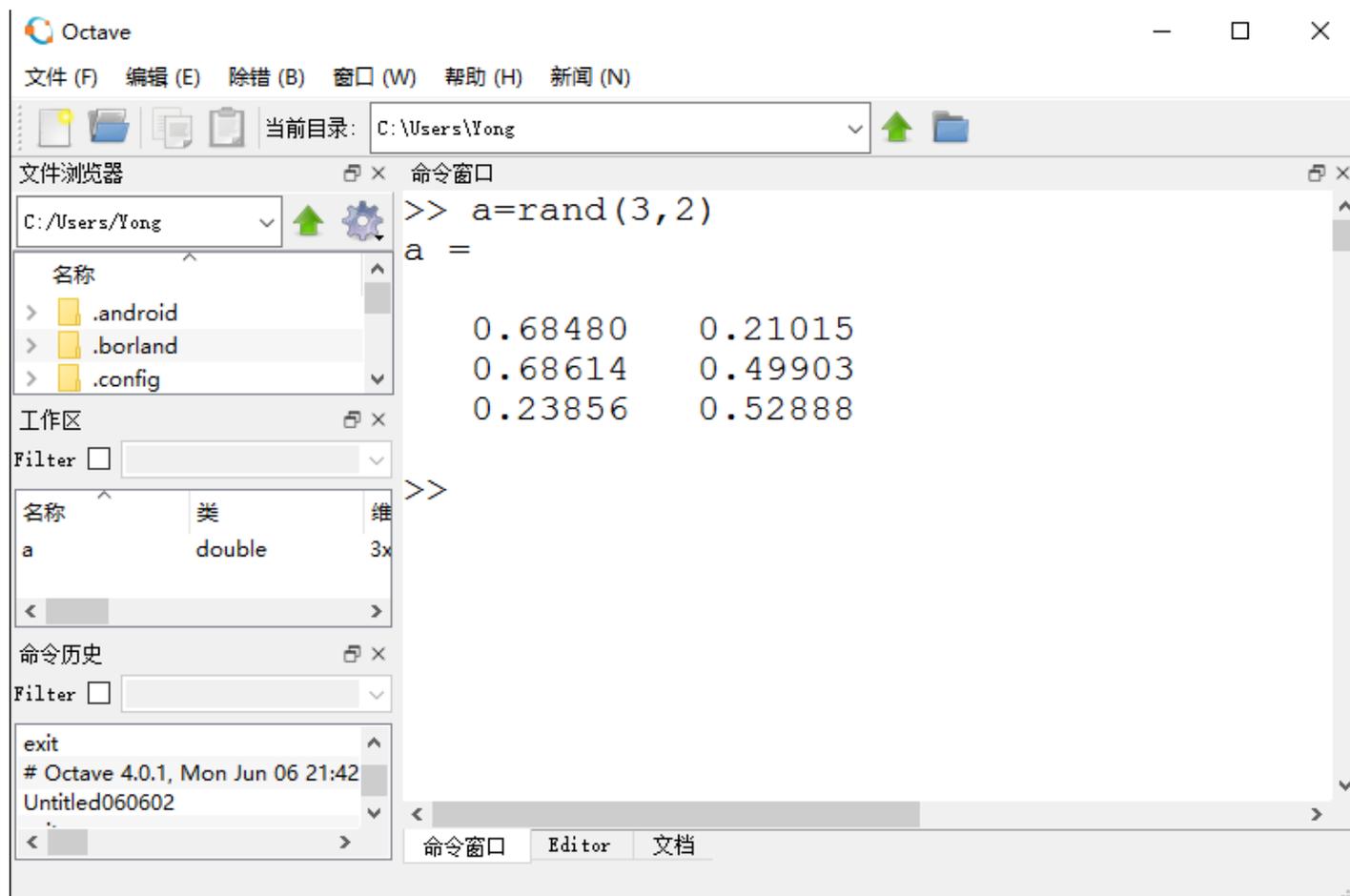
示例：

构造一个3行2列的随机矩阵赋值给变量a。

输入程序语句：

a=rand(3, 2)

在命令窗口运行程序语句

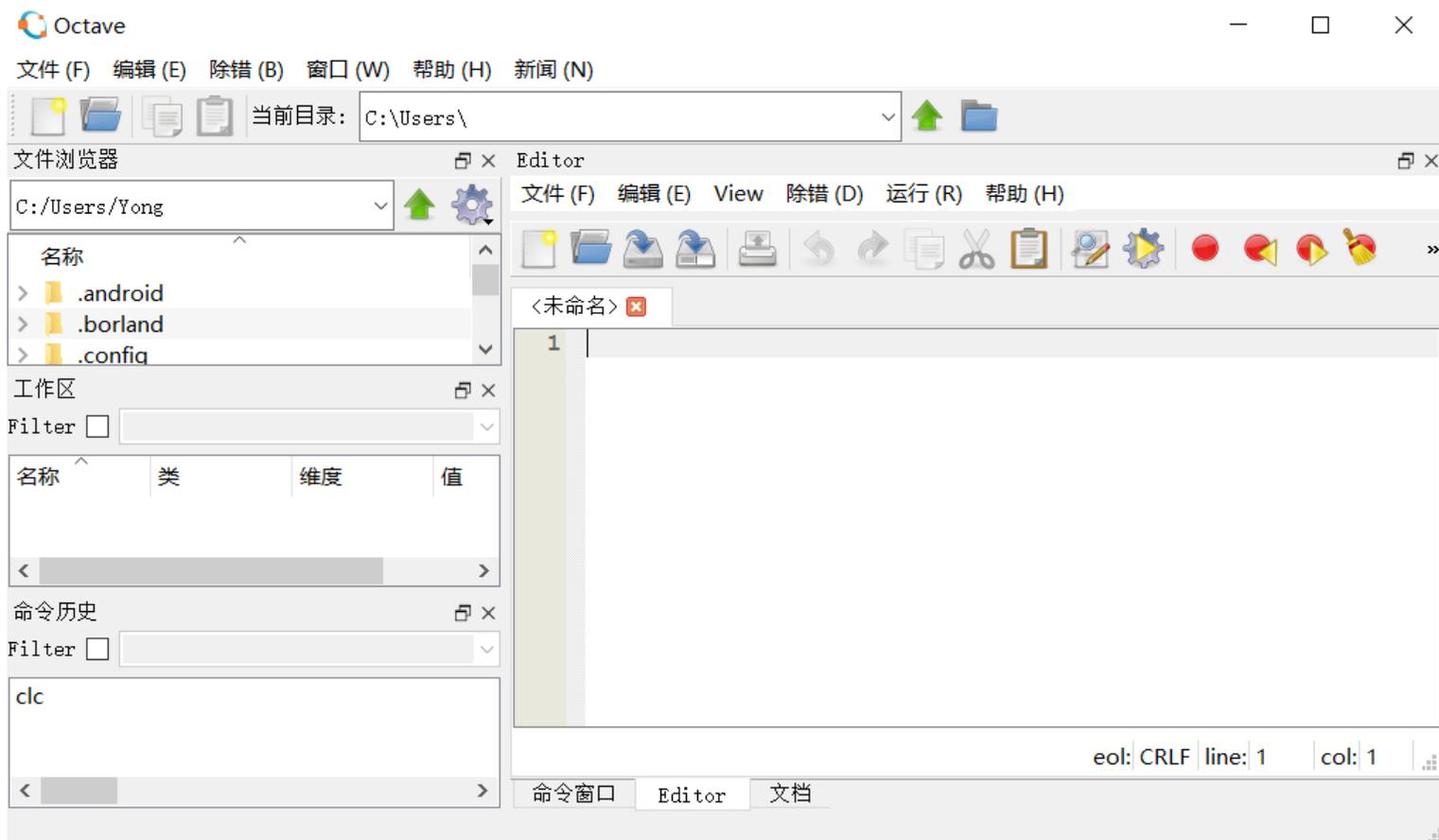


The screenshot shows the Octave software interface. The main window is titled "Octave" and has a menu bar with "文件 (F)", "编辑 (E)", "除错 (B)", "窗口 (W)", "帮助 (H)", and "新闻 (N)". Below the menu bar is a toolbar and a path bar showing "当前目录: C:\Users\Yong". The interface is divided into several panes:

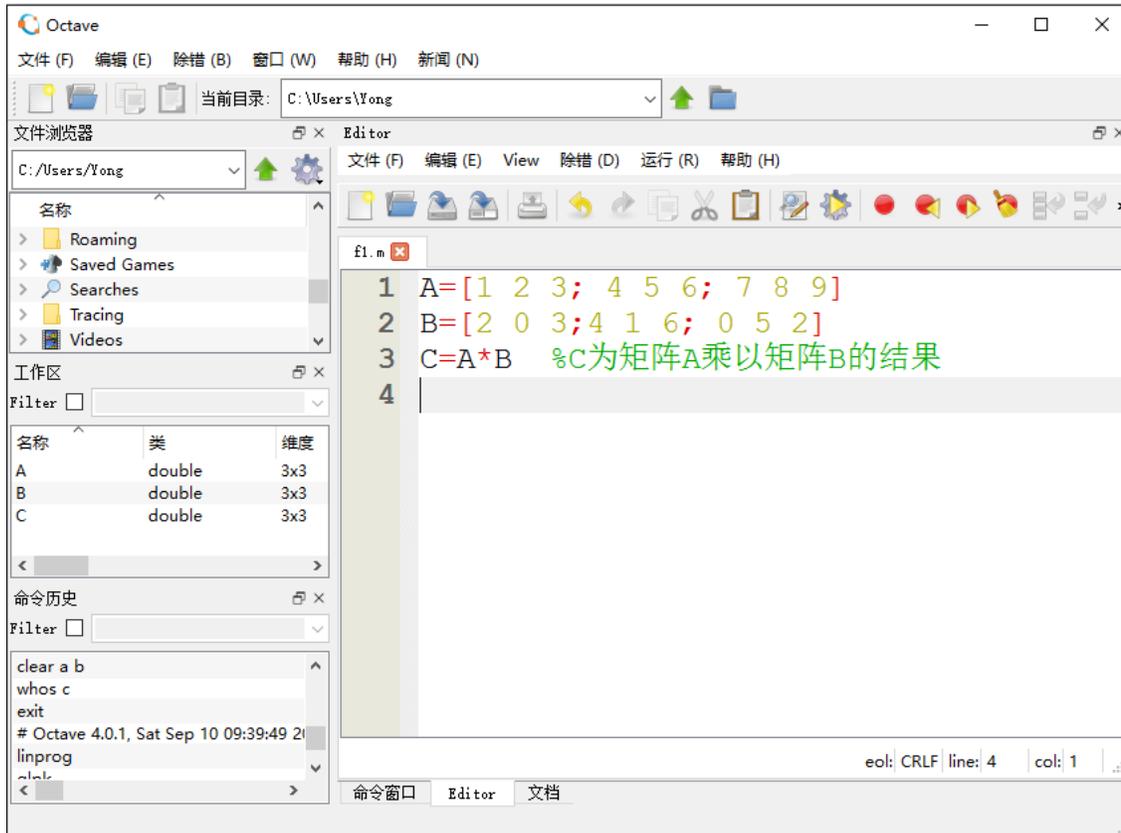
- 文件浏览器 (File Browser):** Shows the current directory "C:/Users/Yong" and a list of subdirectories: ".android", ".borland", and ".config".
- 工作区 (Workspace):** A table showing the current workspace variables. It has columns for "名称" (Name), "类" (Class), and "维" (Dimensions). The table contains one entry: "a" with class "double" and dimensions "3x2".
- 命令历史 (Command History):** Shows the command "exit" and the session information: "# Octave 4.0.1, Mon Jun 06 21:42" and "Untitled060602".
- 命令窗口 (Command Window):** The main area for executing commands. It shows the command ">> a=rand(3,2)" and the output:
a =
0.68480 0.21015
0.68614 0.49903
0.23856 0.52888
The prompt ">>" is visible at the end of the command line.

按回车键运行程序，
在命令窗口查看结果。

MATLAB/Octave界面：编辑器窗口

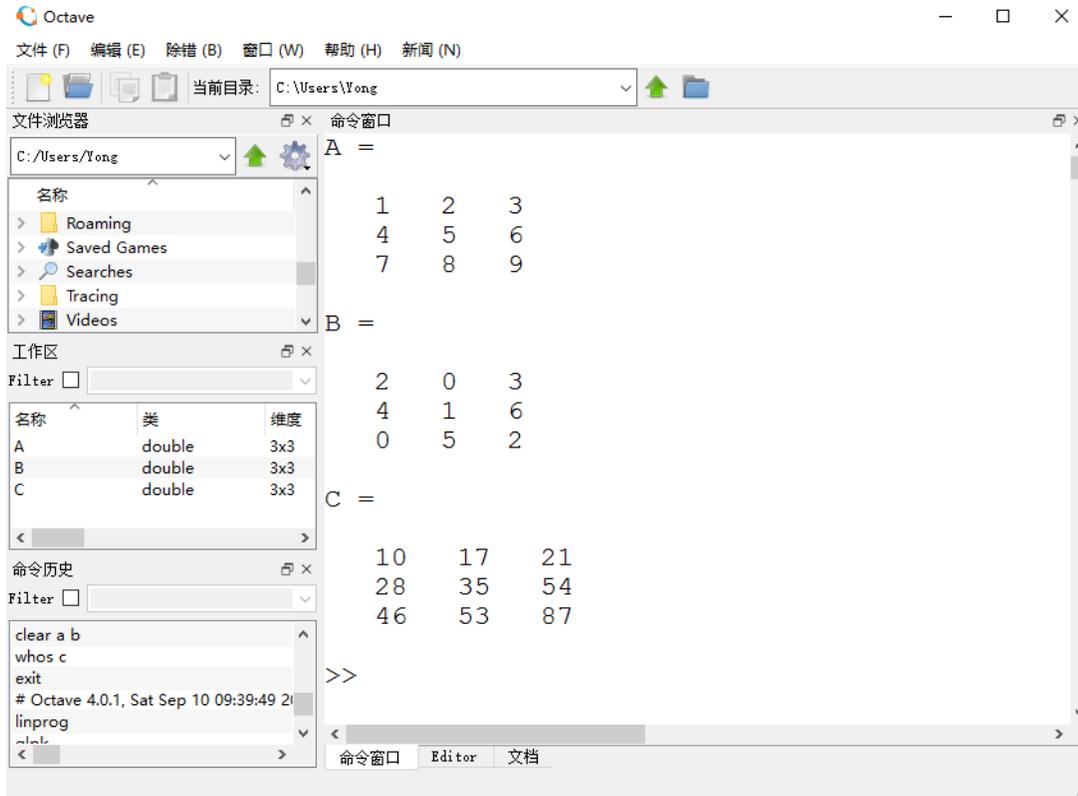


MATLAB/Octave界面：编辑器窗口



在编辑器窗口：编写程序，运行程序，调试程序，打开、保存程序文件。

MATLAB/Octave界面：查看编辑器窗口运行结果



The screenshot shows the Octave software interface. The main window is titled "Octave" and has a menu bar with "文件 (F)", "编辑 (E)", "除错 (B)", "窗口 (W)", "帮助 (H)", and "新闻 (N)". The current directory is "C:\Users\Yong". The interface is divided into several panes: "文件浏览器" (File Browser) on the left, "工作区" (Workspace) below it, "命令历史" (Command History) below that, and "命令窗口" (Command Window) on the right. The Command Window displays the following output:

```
A =  
    1    2    3  
    4    5    6  
    7    8    9  
B =  
    2    0    3  
    4    1    6  
    0    5    2  
C =  
   10   17   21  
   28   35   54  
   46   53   87  
>>
```

The Workspace pane shows three variables: A (double, 3x3), B (double, 3x3), and C (double, 3x3). The Command History pane shows the commands: clear a b, whos c, exit, and # Octave 4.0.1, Sat Sep 10 09:39:49 2011. The Command Window pane shows the command history: clear a b, whos c, exit, # Octave 4.0.1, Sat Sep 10 09:39:49 2011, linprog, and >>.

在编辑器窗口按**F5**执行程序

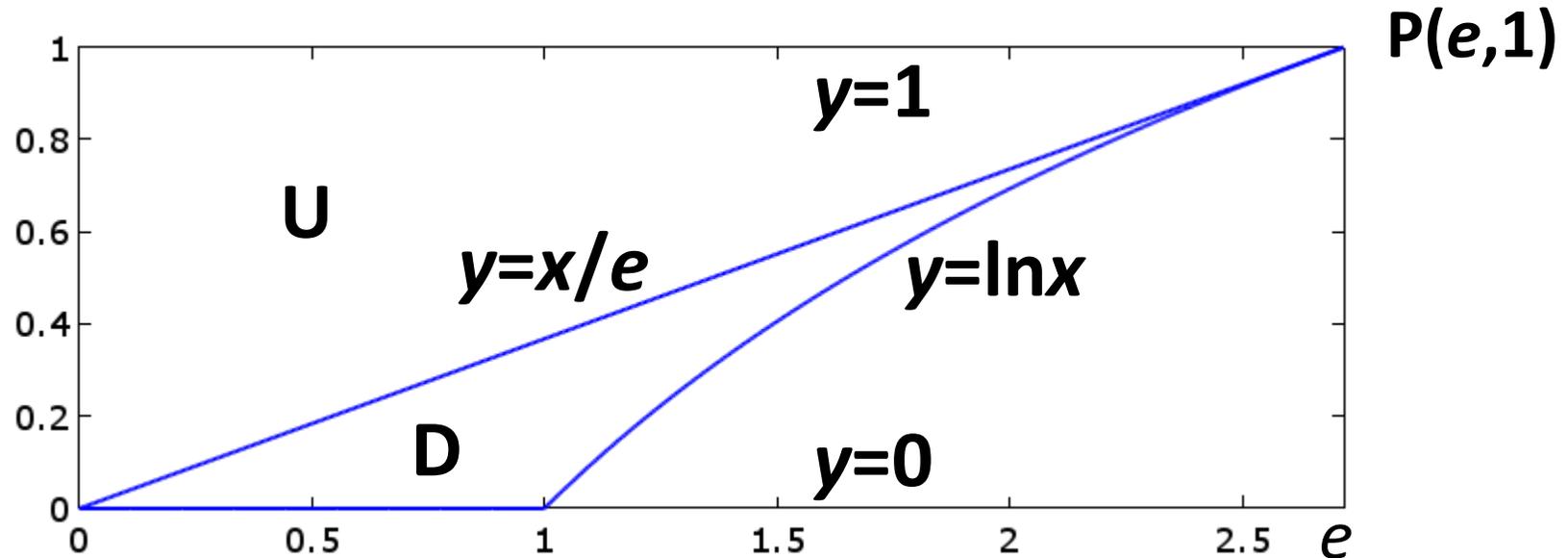
通过“命令窗口”查看结果



两个简单例子

例子1：限定区域的随机投点实验

- **问题：**请在矩形区域 $U = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq e, 0 \leq y \leq 1\}$ 中随机产生10000个点的坐标，仅绘制落在区域D内的点。D为曲线 $y = x/e$, $y = \ln x$, $y = 0$ 所围区域。



- **分析：**
 1. 三条曲线围成一个曲边三角形, 曲线 $y = x/e$, $y = \ln x$ 的交点 P 坐标 $(e, 1)$;
 2. 区域 D 包含在矩形区域 $U = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq e, 0 \leq y \leq 1\}$ 中。

例子1：限定区域的随机投点实验

- **实验基础：**
- 1. 产生均匀投点坐标: 设 r 为 $[0,1]$ 区间均匀分布随机数.
 令 $x = ar$, 则 ar 为 $[0,a]$ 区间上均匀分布随机数.
 - rand为产生0-1区间均匀分布随机数的函数.
 - rand(1,N)表示产生1行N列的一个随机数向量.
 - exp(1)返回自然常数e.
- 2. 绘制曲线可用eplot('fx',[xmin xmax ymin ymax])函数 ;
- 3. 绘制投点可用plot(x,y, '!').

例子1：限定区域的随机投点实验

- **实验步骤：**

- 1. 绘制区域D的左右边界曲线: 左边界: $y=x/e$, 右边界 $y=\ln x$ (即 $x=e^y$).

$$D=\{(x,y)| 0 \leq y \leq 1, e^y \leq x \leq e^y \}$$

```
C=exp(1); ezplot('x/exp(1)',[0 C 0 1]), hold on
```

```
ezplot('log(x)', [0 C 0 1])
```

例子1：限定区域的随机投点实验

- **实验步骤：**
- 2. 在区域U中随机投点: $U = \{(x,y) \mid \underline{0 \leq x \leq e}, \underline{0 \leq y \leq 1}\}$
 $N=10000$; $\underline{x = C * rand(1,N)}$; $\underline{y = rand(1,N)}$
- 3. 由查找函数find找出D中点的在数组x, y中的下标, 然后绘制这些投点.
 $\text{idx} = \text{find}(x \geq C * y \ \& \ x \leq C.^y)$; %找到落在区域D中点在数组x,y的下标


$$D = \{(x,y) \mid 0 \leq y \leq 1, ey \leq x \leq e^y \}$$

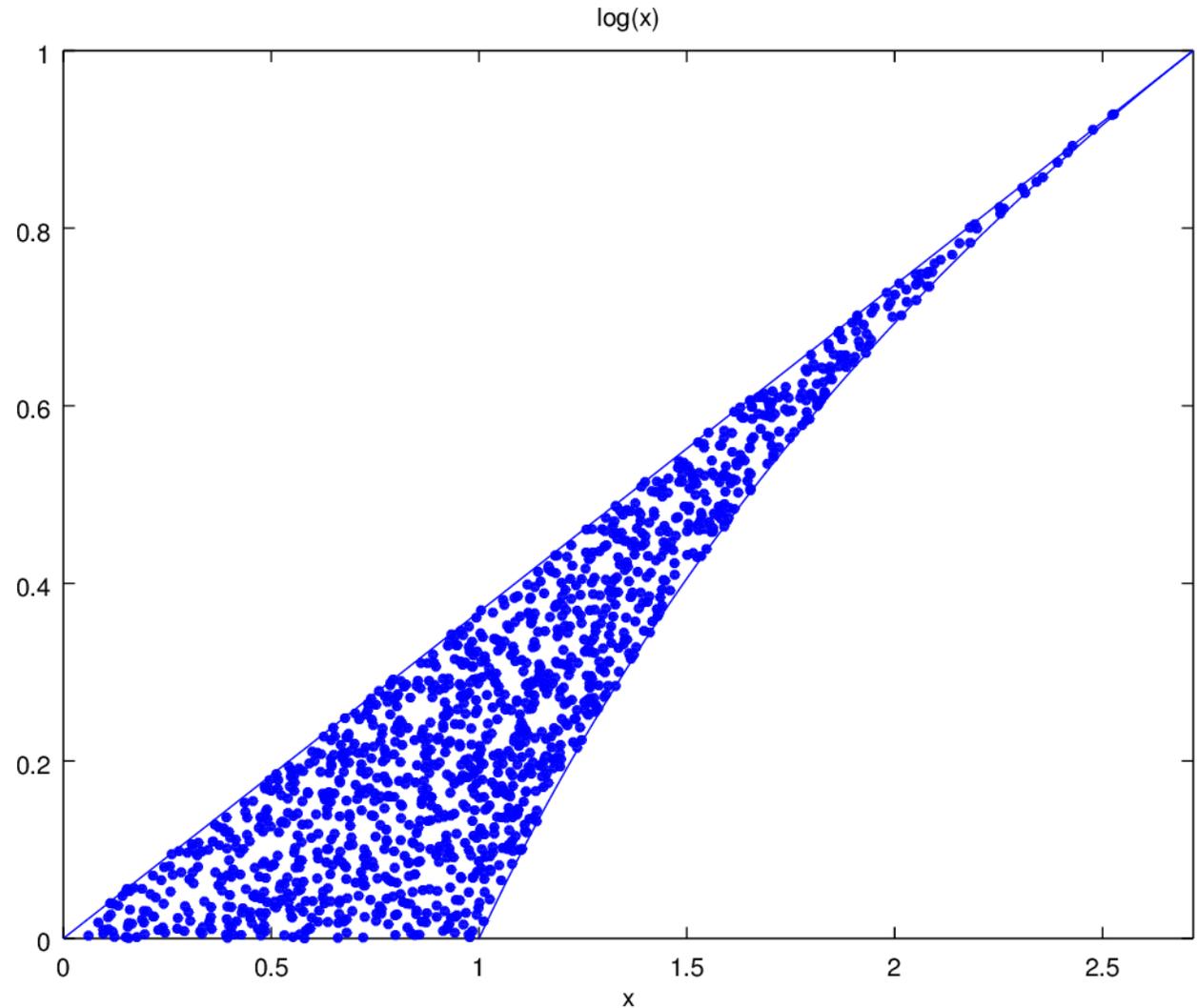
例子1：限定区域的随机投点实验

• 程序实现：

```
1 close all
2 C=exp(1); %调用函数exp构造自然常数2.718...
3 ezplot('x/exp(1)',[0 C 0 1]), hold on
4 ezplot('log(x)', [0 C 0 1])
5 axis([0 C 0 1])
6 N=10000; % 随机投点个数
7 x= C*rand(1,N); y= rand(1,N);
8 idx=find(x>=C*y & x<=C.^y); %找到落在区域D中点在数组x,y的下标
9 plot(x(idx),y(idx),'!') %调用plot绘制投点效果图
```

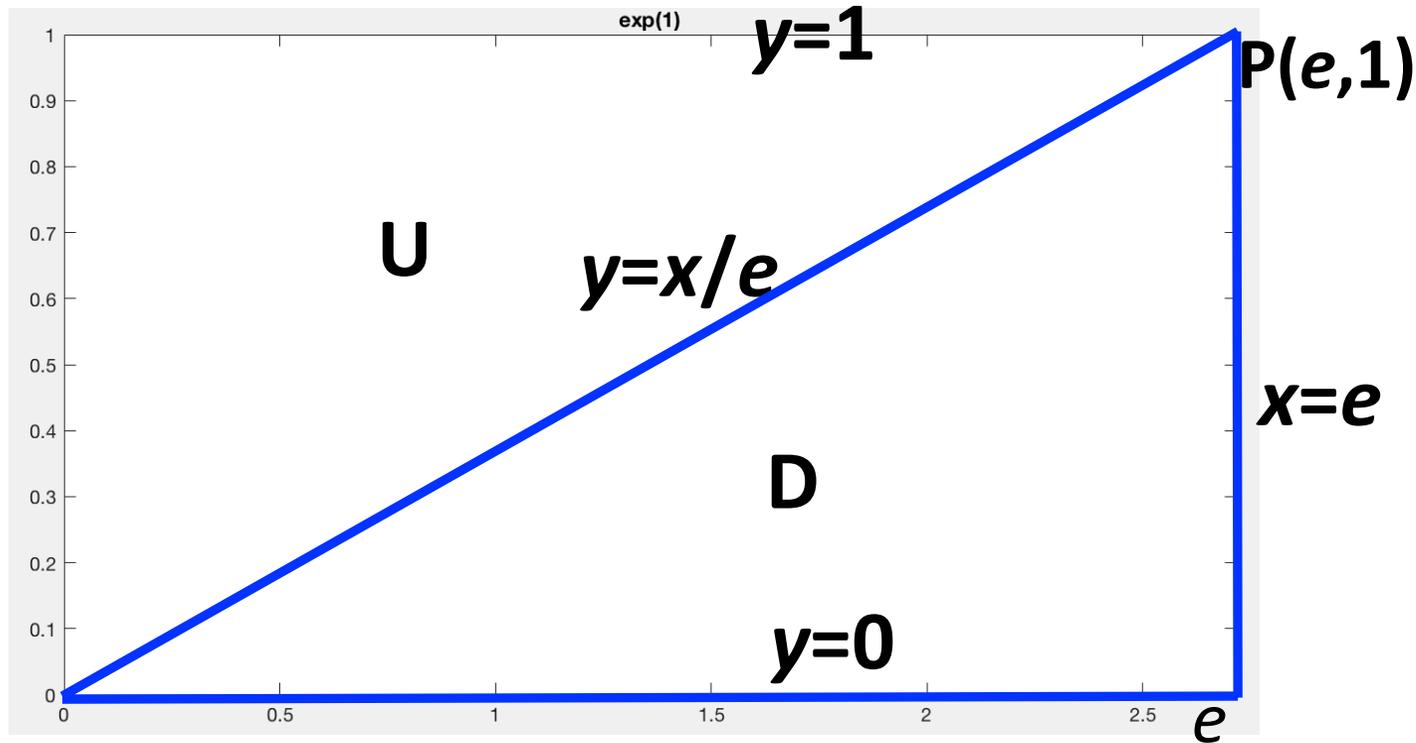
例子1：限定区域的随机投点实验

- 通过实验，我们还可以统计点落在D中的个数，从而计算点落在区域D中的频率 p 。
- **思考**：如何利用本实验估算区域D的面积。



动手实践1 (5min):

- **问题**：请在矩形区域 $U=\{(x,y) \mid 0 \leq x \leq e, 0 \leq y \leq 1\}$ 中随机产生10000个点的坐标，1) 仅绘制落在区域D内的点，D为曲线 $y=x/e$, $x=e$, $y=0$ 所围区域; 2) 并估计区域D的面积。



- **分析**：
 1. 三条曲线围成一个曲边三角形，曲线 $y=x/e$, $y=e$ 的交点P坐标 $(e,1)$;
 2. 区域D包含在矩形区域 $U=\{(x,y) \mid 0 \leq x \leq e, 0 \leq y \leq 1\}$ 中。

例子2：摆线动画实验 (自学-分析-编程)

• 摆线及其方程：

一个圆在直线上滚动而不滑动时，圆周上的一点M所绘出的曲线称为摆线， r 为圆的半径， t 为转动角度. 已知摆线的参数方程如下：

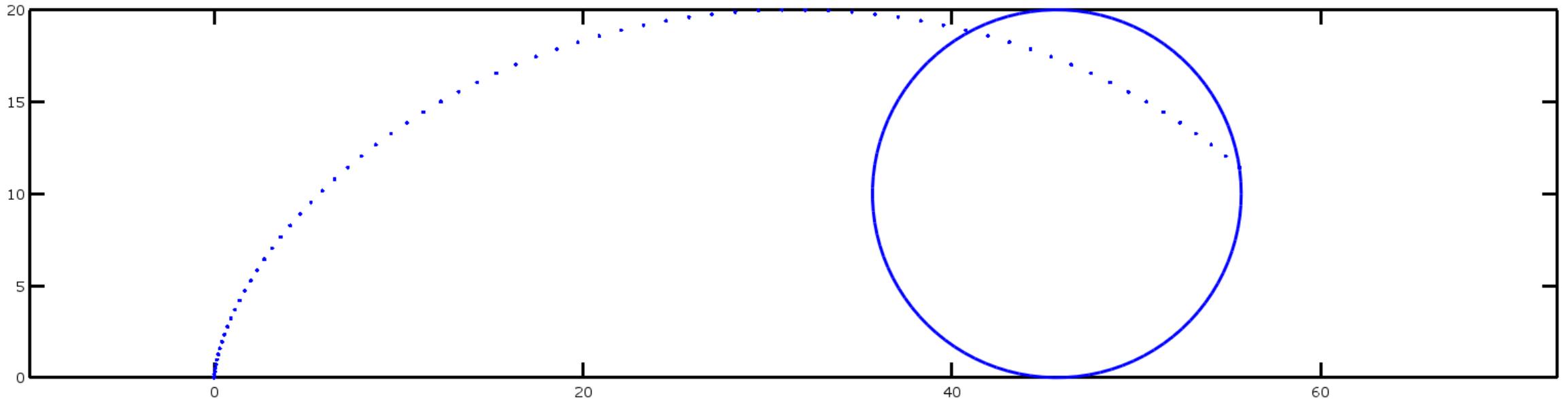
$$\begin{cases} x = r(t - \sin t) \\ y = r(1 - \cos t) \end{cases}$$

当 t 从 0 变到 2π 时，点M的轨迹称为摆线的一拱.

- 实验任务：请用动画表示摆线一拱的构造过程 ($0 \leq t \leq 2\pi$)。

例子2：摆线动画实验

- 分析：
- 1. 为了用动画表示摆线构造过程，需要将 t 的取值区间 $[0, 2\pi]$ 离散化，绘制当 $t=T$ 时的如下图像：
 - 点 M 随转动角度 t 从 0 变化到 T 的运动轨迹；
 - 正在运动的圆



例子2：摆线动画实验

- 分析：

- 2. 绘制在 $t=T$ 时圆：需要先确定给定 t 时圆的方程.

设圆的转动角度为 t 时，点 M 坐标为 (X,Y) ，设运动圆的圆心坐标 (x_0, y_0) .
可知 $x_0=X+a \sin t$, $y_0=r$ ，得圆的方程 $(x - x_0)^2 + (y - r)^2 = r^2$.

也可表示出该圆的参数方程：

$$\begin{cases} x = x_0 + r \cos \theta \\ y = r + r \sin \theta \end{cases}$$



例子2：摆线动画实验

程序实现：

```
1 r=10; t=linspace(0, 2*pi, 100);%转动角度离散化
2 X=r*(t-sin(t)); Y=r*(1-cos(t));%计算摆线一拱离散点的坐标
3 for k=1:length(t)
4     hold off
5     plot(X(1:k), Y(1:k), '.', 'linewidth', 3)%绘制摆线上离散点
6     x0 = X(k)+r*sin(t(k)); y0=r;           % 圆心
7     x1 = x0+ r*cos(t); y1=y0+r*sin(t); % 圆的坐标(x1, y1)
8     hold on, plot(x1, y1, 'linewidth', 3) % 绘制圆
9     axis([-r, (2*pi*r+r), 0, 2*r]), axis equal
10    set(gca, 'fontsize', 14, 'linewidth', 3), pause(0.05),
11 end
```

后续tips :

- 1) 代码调试简例(设置断点)
- 2) **help, edit**命令
- 3) 若未知命令, 如何?
a) 百度 ; b) help; c) 问人
- 4) 心得 : 大胆练习, 反正电脑不会爆炸 